

# О регуляризации уравнения Абеля переменного порядка в пространствах обобщённой переменной гёльдеровости и его роли в приложениях

Дроботов Юрий Евгеньевич

Научный руководитель: канд. ф.-м. н., доц. Вакулов Борис Григорьевич

[yu.e.drobotov@yandex.ru](mailto:yu.e.drobotov@yandex.ru)

К доклада на семинаре 27 августа 2021 года

В представляемой работе рассматривается уравнение Абеля переменного порядка вида

$$\frac{1}{\Gamma[\alpha(x)]} \int_a^x \frac{\varphi(t) dt}{(x-t)^{1-\alpha(x)}} = f(x), \quad x > a, \quad (1)$$

где  $a$  – вещественное число, а функция  $\alpha(x)$  удовлетворяет следующим условиям:

$$\alpha \in \text{Lip}([a, b]), \quad 0 < \inf_{x \in [a, b]} \alpha(x) \leq \sup_{x \in [a, b]} \alpha(x) < 1, \quad (2)$$

и символом  $\text{Lip}(\Omega)$  обозначено множество функций, удовлетворяющих условию Липшица

$$|f(x+h) - f(x)| \leq c|h|, \quad c > 0,$$

для всяких  $x, x+h \in \Omega$ . Регуляризация уравнения (1) в условиях (2) проводится в обобщённых пространствах Гёльдера  $H^{\omega(\cdot)}$  с характеристикой  $\omega(\cdot)$ , зависящей от параметра. Пространство  $H^{\omega(\cdot)}$  имеет своими элементами непрерывные на отрезке  $[a, b]$  функции, для которых имеет место следующая оценка:

$$\forall x \in [a, b] \quad \omega_f(t, x) \leq c \omega(t, x),$$

где постоянная  $c > 0$  не зависит от  $x$  и  $t$ , а функционал в левой части неравенства есть локальный модуль непрерывности функции  $f(x)$ :

$$\omega_f(t, x) = \sup_{|h| < t} |f(x+h) - f(x)|, \quad t \in [0, b-a], \quad x \in [a, b].$$

Интерес к пространствам  $H^{\omega(\cdot)}$  обоснован их ролью в обобщении понятия гладкости. Так, они содержат как частный случай и классические пространства Гёльдера с постоянным показателем, и наиболее распространённые обобщения их на случай переменного порядка или характеристик специального вида.

К уравнениям вида (1) приводит целый ряд естественно-научных задач, что делает актуальным исследование гладкости соответствующих решений в наиболее широкой постановке этой задачи. Ранее вопрос о регуляризации уравнения (1) рассматривался в случае пространств  $L^p$  [1], а также в ряде предшествующих работ [2, 3]. В настоящей работе обсуждаются возможности дальнейших приложений данных теоретических результатов, в том числе – в междисциплинарных исследованиях.

## Список литературы

1. Samko, S. G. *Analysis Mathematica*, 1995, 21, 213—236
2. Vakulov, B. G.; Kochurov, E. S.; Samko, N. G. *Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika)*, 2011, 55:6, 20–28
3. Vakulov, B. G., Kochurov, E. S. *Vladikavkaz. Mat. Zh.*, 12:4 (2010), 3–11