

Моделирование динамики частиц жидкости методом дискретных вихрей в комбинации с быстрым методом мультиполей

Пискунов Андрей Сергеевич

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича, ЮФУ

piskunov@sfedu.ru, andrey91y@yandex.ru

К докладу на семинаре 27 февраля 2023 года

Метод дискретных вихрей является одним из известных способов моделирования течения жидкости в вихревой динамике. В данном докладе будут рассматриваться модели идеальной и вязкой несжимаемой жидкости, движение представляется в терминах завихренности. В рамках метода дискретных вихрей каждая материальная частица жидкости рассматривается в переменных Лагранжа; при этом скорости определяются законом Био-Савара. Таким образом, учитывается влияние вихрей друг на друга.

В данном исследовании решается задача Коши с некоторыми начальными условиями численными методами разного порядка точности. Кроме того, в сочетании со стандартными методами Эйлера, средней точки второго порядка и Рунге-Кутты четвертого порядка, реализуется быстрый мультипольный метод (БММ), который существенно снижает алгоритмическую сложность. Вихревые элементы в БММ рассматриваются в виде конфигурации дискретных вихрей. Область движения жидкости, определяемая движением вихрей, разбивается на некоторое число подобластей, в каждой из которых скорости вычисляются поэтапно.

Для верификации численных методов рассмотрены два тестовых примера: движение диполя Лэмба-Чаплыгина и вращающийся объем жидкости, занимающий цилиндрическую область конечного радиуса. Численные эксперименты в рамках тестовых моделей, которые представлены в виде графиков и таблиц, подтверждают известные закономерности о том, что устойчивость алгоритмов сильно зависит от выбранного временного шага. Результаты расчетов стандартными методами в сочетании с БММ показывают, что за счет оптимального

выбора количества подобластей и числа дискретных вихрей возможно существенное снижение времени вычислений.

Численные методы аппроксимации высокого порядка с большим временным шагом близки по точности к аналитическому решению модели идеальной жидкости, также как алгоритмы более низкого порядка с небольшим шагом на отрезках одинаковой длины. При использовании быстрого метода мультиполя скорость вычислений на порядок увеличивается, таким образом, что сложность вычислений $O(N^2)$ переходит $O\left(\frac{N^2}{L} + K \cdot L \cdot N\right)$. Происходит данное упрощения за счет выделения ряда суммирования на стадии предпроцессинга.